SIMULAREA JUDEȚEANĂ A EXAMENULUI DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2016

Proba E.c) M_mate-info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

Subiectul I **(30 de puncte)**

5p 1.Determinaţi numărul real m pentru care $z=(m+1)i+(2m-3)i^3$ este un număr real, unde $i\in\mathbb{C}, i^2=-1$.

5p 2. Determinaţi numărul real m pentru care soluţiile x_1, x_2 ale ecuaţiei $x^2-5x+m=0$ verifică egalitatea $x_1-x_2=3$.

5p 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4+4^x=5\cdot 2^x$.

5p 4. Calculaţi câte numere naturale de trei cifre nu conţin cifrele 2, 3 şi 4.

5p 5. Ştiind că $ABCD$ este un paralelogram în care $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$ şi $\overrightarrow{MD}=3\cdot\overrightarrow{MN}$, demonstraţi că punctele A, N şi C sunt coliniare.

5p 6. Arătaţi că $\sin\frac{17\pi}{6}+\cos\frac{14\pi}{3}=0$.

Subiectul al II – lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&2\\12&16\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p (a) Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $AX=B$.

5p (b) Rezolvaţi ecuaţia $\det\left(A-xI_2\right)=0$.

5p (c) Demonstraţi că, dacă matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ verifică relaţia $AX=XA$, atunci există $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a&0\\0&b\end{pmatrix}$.

2. Pentru orice număr real $r>0$ se consideră mulţimea $A(r)=\left\{z\in\mathbb{C}\,\middle|\,|z|=r\right\}$.

5p a) Arătaţi că $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\in A(1)$.

5p b) Determinaţi numărul real r astfel încât $A(r)$ să fie parte stabilă a mulţimii $\mathbb{C}$ a numerelor complexe în raport cu înmulţirea acestora.

5p c) Demonstraţi că $\left(A(1),\cdot\right)$ este un grup abelian.

Subiectul al III – lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{\ln(1+x)}{x}$.

5p a) Determinaţi numărul raţional q pentru care $q-f'(1)=\ln 2$.

5p b) Arătaţi că graficul funcţiei admite o singură asimptotă.

5p c) Demonstraţi că, pentru orice $x\in(1,+\infty)$, inegalitatea $f(x)<\ln 2$ este adevărată.

2. Se consideră funcţia $g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g_n(x)=\cos^n x$, cu $n\in\mathbb{N}$.

5p a) Arătaţi că dacă G este primitiva funcţiei g_1, pentru care $G(0)=0$, atunci $G\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

5p b) Calculaţi $H\left(\frac{\pi}{2}\right)$, ştiind că H este primitiva funcţiei g_2, pentru care $H(0)=0$.

5p c) Determinaţi $I=\int x\cdot g_1(x)dx$.