SIMULAREA JUDEȚEANĂ A EXAMENULUI DE BACALAUREAT NAȚIONAL 2016
Proba E.c) M_info

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

Subiectul I **(30 de puncte)**

5p 1.Determinaţi numărul real m pentru care $z=(m+1)i+(2m-3)i^3$ este un număr real, unde $i\in\mathbb{C}, i^2=-1$.

5p 2. Determinaţi numărul real m pentru care soluţiile x_1, x_2 ale ecuaţiei $x^2-5x+m=0$ verifică egalitatea $x_1-x_2=3$.

5p 3. Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $4+4^x=5\cdot 2^x$.

5p 4. Calculaţi câte numere naturale de trei cifre nu conţin cifrele 2, 3 şi 4.

5p 5. Ştiind că *ABCD* este un paralelogram în care $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$ şi $\overrightarrow{MD}=3\cdot\overrightarrow{MN}$, demonstraţi că punctele *A*, *N* şi *C* sunt coliniare.

5p 6. Arătaţi că $\sin\frac{17\pi}{6}+\cos\frac{14\pi}{3}=0$.

Subiectul al II – lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 12 & 16\end{pmatrix}\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

5p (a) Determinaţi matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $AX=B$.

5p (b) Rezolvaţi ecuaţia $\det\left(A-xI_2\right)=0$.

5p (c) Demonstraţi că, dacă matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ verifică relaţia $AX=XA$, atunci există $a,b\in\mathbb{R}$ astfel încât $X=\begin{pmatrix}a & 0\\ 0 & b\end{pmatrix}$.

2. Pentru orice număr real $r>0$ se consideră mulţimea $A(r)=\left\{z\in\mathbb{C}\,|\,|z|=r\right\}$.

5p a) Arătaţi că $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\in A(1)$.

5p b) Determinaţi numărul real r astfel încât $A(r)$ să fie parte stabilă a mulţimii $\mathbb{C}$ a numerelor complexe în raport cu înmulţirea acestora.

5p c) Demonstraţi că $\left(A(1),\cdot\right)$ este un grup abelian.

Subiectul al III – lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\left(0,+\infty\right)\to\mathbb{R},\ f(x)=\frac{\ln(1+x)}{x}$.

5p a) Determinaţi numărul raţional q pentru care $q-f'(1)=\ln 2$.

5p b) Arătaţi că graficul funcţiei admite o singură asimptotă.

5p c) Demonstraţi că, pentru orice $x\in\left(1,+\infty\right)$, inegalitatea $f(x)<\ln 2$ este adevărată.

2. Se consideră funcţia $g_n:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, g_n(x)=\cos^n x$, cu $n\in\mathbb{N}$.

5p a) Arătaţi că dacă *G* este primitiva funcţiei g_1, pentru care $G(0)=0$, atunci $G\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

5p b) Calculaţi $H\left(\frac{\pi}{2}\right)$, ştiind că *H* este primitiva funcţiei g_2, pentru care $H(0)=0$.

5p c) Determinaţi $I=\int x\cdot g_1(x)dx$.

Barem de evaluare:

I.	
1. $z=(m+1)i-(2m-3)i=(4-m)i$	**3p**
$m=4$	**2p**
2. $x_1+x_2=5,\ x_1-x_2=3 \Rightarrow x_1=4$	**3p**
$m=4$	**2p**
3. notăm $2^x=t \Rightarrow t^2-5t+4=0 \Rightarrow t\in\{1;4\}$	**3p**
$x\in\{0,2\}$	**2p**
4. $6\cdot 7^2=294$ numere	**5p**
5. dacă $AC\cap BD=\{O\}$ atunci, din $\frac{ND}{NM}=2 \Rightarrow N$ este centrul de greutate al triunghiului ABD	**3p**
$\Rightarrow N\in AO$ (mediană) , adică $\Rightarrow N\in AC$	**2p**
Vectorial: arătăm că există $k\in\mathbb{R}^*$ pentru care $\overrightarrow{AC}=k\overrightarrow{AN}$	
6. $\sin\frac{17\pi}{6}=\sin\left(2\pi+\frac{5\pi}{6}\right)=\sin\left(\pi-\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$	**3p**
$\cos\frac{14\pi}{3}=\cos\left(4\pi+\frac{2\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}$	**2p**
II. 1) (a) $\det A=4\neq 0 \Rightarrow A$ este inversabilă şi deci	**3p**
$X=A^{-1}B=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$	**2p**
Sau, se consideră matricea $X=\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}$ şi se rezolvă sistemul care se obţine din $AX=B\Rightarrow X=\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$;	
(b) $x\in\{1,4\}$	**5p**
(c) Calcul imediat .	**5p**
2) (a) verificare imediată	**5p**
(b) $A(r)$ este stabilă la înmulţire dacă $\forall z,u\in A(r) \Rightarrow z\cdot u\in A(r)$	**3p**
$\lvert z\cdot u\rvert=r \Rightarrow r^2=r \Rightarrow r=1$	**2p**
(c) simple verificări ale axiomelor grupului	**5p**
III. (1) (a) $f^{/}(x)=\frac{\frac{x}{x+1}-\ln(1+x)}{x^2} \Rightarrow f^{/}(1)=\frac{1}{2}-\ln 2$	**3p**
$q=\frac{1}{2}$	**2p**
(b) $f(0+0)=1,\ \lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$	**3p**
Gf admite o singură asimptotă, anume dreapta de ecuaţie $y=0$ (asimptotă orizontală spre $+\infty$);	**2p**
(c) se consideră funcţia $g:[0,\infty)\to\mathbb{R}, g(x)=\frac{x}{x+1}-\ln(1+x)$	**2p**

g este strict crescătoare, aşadar pentru $x>0$ avem $g(x)<g(0)=0$	**2p**
$\Rightarrow f$ este strict descrescătoare şi deci pentru $x>1$ avem $f(x)<f(1)=\ln 2$;	**1p**
(2) (a) $G(x)=\sin x+C; G(0)=0 \Rightarrow C=0$	**3p**
$G\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$	**2p**
(b) $H(x)=\frac{x}{2}+\frac{\sin 2x}{4}+C$	**3p**
$H(0)=0 \Rightarrow C=0 \Rightarrow H(\pi)=\frac{\pi}{2}$	**2p**
(c) $I=\int x\cdot g_1(x)dx=\int x\cdot(\sin x)' dx$	**3p**
$I=x\sin x-\int \sin x dx = x\sin x+\cos x+C$	**2p**

Str. Gh. Baritiu nr. 2, 330065 - DEVA, jud. HUNEDOARA
Tel: +4 (0) 254213315, +4 (0) 254215755
Fax: +4 (0) 254215034, +4 (0) 254220911
inspectorat@isj.hd.edu.ro
http://isj.hd.edu.ro